



π -mania



nr 1 / czerwiec 2011r.



Świątujemy dziś wydanie pierwszego numeru gazetki matematycznej. Zainspirowała nas liczba π , dlatego poświęciliśmy jej cały numer. Doskonała w swej niewymierności, fascynująca matematyków i inspirująca literatów, doczekała się rzesz wiernych, wśród których jesteśmy i my:)

W numerze!

- Historia liczby π
- Wzory, w których występuje liczba π
- Zadania egzaminacyjne z zastosowaniem liczby π
- Wiersze, rebusy, sudoku oraz dowcipy

Liczbę π , zwaną też **ludolfiną** określa się w matematyce jako stosunek obwodu koła do jego średnicy. Wartość liczby π po raz pierwszy została wyliczona przez Archimedesesa do trzech miejsc po przecinku (Archimedes za pomocą 96-bocznego wielokąta ustalił, że liczba ta miała wartość 3,140) Jednakże to Chińczycy uczynili w tej dziedzinie wielki krok naprzód. W podobny sposób starali się wybrnąć z kłopotów związanych z istnieniem liczby π , byli w tym lepsi od Europejczyków. Liu Hui w III wieku n.e. rozpoczął od wpisywania w okrąg wielokąta o 192 bokach aż doszedł do wielokąta o 3072 bokach co pozwoliło mu ustalić wartość liczby π na 3,14159.



Historia liczby π

Archimedes określił wartość liczby π jako $3 \frac{1}{7}$, obecnie jednak wiemy że owa liczba nie wyraża stosunku długości okręgu do średnicy dokładnie. Dowiedzono bowiem, że stosunek ten nie może być w ogóle wyrażony żadnym ułamkiem skończonym. Możemy natomiast napisać go w postaci ułamka dziesiętnego z takim bądź innym przybliżeniem, zależnie od żądanej dokładności. Jeden z matematyków XVI stulecia, Ludolf z Lejdy, obliczył stosunek długości okręgu do średnicy z 35 cyframi dziesiętnymi. Rekord Ludolfa pobił w roku 1873 matematyk Shanks, który obliczył wartość π z 707 cyframi po przecinku. Shanksa z kolei prześcignęli w 1946 roku Ferguson z uniwersytetu w Manchester i niezależnie od niego Wrench z Waszyngtonu, którzy wyrachowali 808 cyfr rozwinięcia dziesiętnego liczby π , wykrywając przy tym błąd Shanksa począwszy od 528 miejsca po przecinku. Obecnie elektroniczne maszyny liczące podają wynik π wynoszący ponad 2000 cyfr po przecinku.

(W. Krywicki, M. Mikosz – Tajemnice liczb)

π w poezji



stanowi inspirację dla wierszokletów i poetów. Co ambitniejsi tworzą utwory, w których długość każdego kolejnego słowa jest równa kolejnej cyfrze w rozwinięciu dziesiętnym liczby π .

Prezentujemy Wam fragment wiersza **Wisławy Szymborskiej** oraz dwa wierszyki pozwalające zapamiętać rozwinięcie dziesiętne liczby π .

Podziwu godna liczba Pi

trzy koma jeden cztery jeden.

Wszystkie jej dalsze cyfry też są początkowe,
pięć dziewięć dwa ponieważ nigdy się nie kończy.

Nie pozwala się objąć *sześć pięć trzy pięć* spojrzeniem

osiem dziewięć obliczeniem

siedem dziewięć wyobraźnią,

a nawet *trzy dwa trzy osiem* żartem,
czyli porównaniem

cztery sześć do czegokolwiek

dwa sześć cztery trzy na świecie.

Najdłuższy ziemski wąż po kilkunastu metrach się urywa podobnie, choć trochę później, czynią wężę bajeczne.

Korowód cyfr składających się na liczbę Pi nie zatrzymuje się na brzegu kartki, potrafi ciągnąć się po stole, przez powietrze, przez mur, liść, gniazdo ptasie, chmury, prosto w niebo, przez całą nieba wzdętość i bezdenność...

(Wisława Szymborska)

Kuć i orać

wiersz Kazimierza Cwojdzńskiego, zachowano dawną pisownię.

Kuć i orać	3,14
W dzień zawzięcie	159
Bo plonów niema bez trudu	26535
Złocisty szczęścia okręcie	897
Kotyszysz...	9
Kuć.	3
My nie czekajmy cudu.	2384
Robota	6
To potęga ludu.	264

Kto z woli	3,14
i myśli zapragnie	159
Pi spisać cyfry,	265
ten zdoła...	35

(autor aforyzmu nieznanego)

Głupota jest jak liczba pi - niewymierna i nieskończona.

zamyslony9 ©

GIMNAZJALISTO!

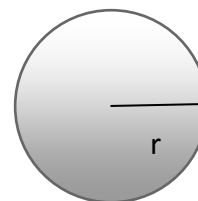
Na tej stronie znajdziesz wzory, w których występuje liczba π .

Przydadzą Ci się one na egzaminie.

KOŁO:

$P = \pi r^2$ - wzór na pole koła o promieniu r

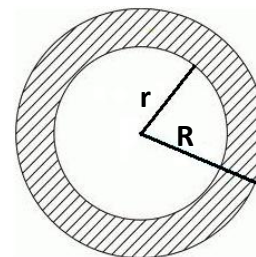
$L = 2\pi r$ - wzór na obwód koła o promieniu r



PIERŚCIEŃ KOŁOWY:

$P = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$ - wzór na pole pierścienia kołowego o promieniu R i r .

$L = 2\pi R + 2\pi r = 2\pi(R+r)$ - wzór na obwód pierścienia kołowego o promieniu R i r .



WYCINEK KOŁOWY:

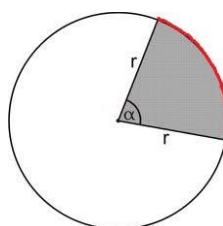
α - kąt środkowy

r - promień

$P_w = \frac{\alpha}{360} \pi r^2$

DŁUGOŚĆ ŁUKU OKRĘGU:

$L = \frac{\alpha}{360} 2\pi r$



BRYŁY OBROTOWE:

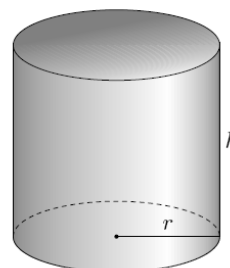
WALEC:

r - promień podstawy

h - wysokość walca

$P_c = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ - wzór na pole całkowite walca

$V = \pi r^2 h$ - wzór na objętość walca



STOŻEK:

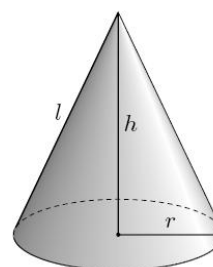
l - tworząca stożka

r - promień podstawy

h - wysokość stożka

$P_c = \pi r^2 + \pi r l$ - wzór na pole całkowite stożka

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ - wzór na objętość stożka

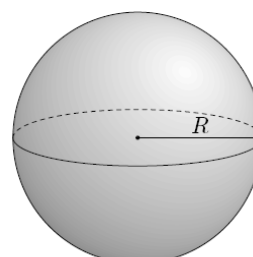


KULA:

R - promień

$P = 4\pi R^2$ - wzór na pole powierzchni kuli

$V = \frac{4}{3} \pi R^3$ - wzór na objętość kuli



Zadania z egzaminów gimnazjalnych, w których występuje liczba π .

ZADANIE Z EGZAMINU W 2008 R.

Kosz na śmieci ma kształt walca o średnicy dna 28 cm i wysokości 40 cm. Oblicz, jaką pojemność ma ten kosz. Przyjmij, że $\pi = 3,14$. Wynik zaokrąglij do 1 litra. Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie:

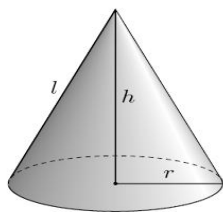
Skoro średnica wynosi 28 cm, to promień jest równy 14 cm. Korzystając ze wzoru na objętość walca

$V = \pi r^2 h$, otrzymujemy:

$$V = 3,14 \cdot 14^2 \cdot 40 = 3,14 \cdot 196 \cdot 40 = 24617,6 \text{ [cm}^3\text{]} = 24,6176 \text{ [dm}^3\text{]} \approx 25 \text{ [litrów]}$$

Odpowiedź: Pojemność kosza wynosi 25 litrów.

ZADANIE Z EGZAMINU W 2005 R.



Dziecko nasypuje piasek do foremek w kształcie stożka o promieniu podstawy 5 cm i tworzącej 13 cm. Następnie przesypuje go do wiaderka w kształcie walca o wysokości 36 cm i promieniu dwa razy większym niż promień foremki. Jaką część wiaderka wypełniło dziecko, wysypując 6 foremek piasku? Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie:

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$l = 13 \text{ cm}$$

Z twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy, że:

$$h^2 = 13^2 - 5^2$$

$$h = 12 \text{ cm}$$

Obliczmy teraz objętość jednej foremki piasku:

$$V_f = 1/3 \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi \text{ [cm}^3\text{]}$$

Stąd wynika, że dziecko przesypuwało do wiaderka $600\pi \text{ cm}^3$ piasku ($6 \cdot 100\pi = 600\pi$)

Teraz obliczymy objętość wiaderka które ma kształt walca:

$$H_1 = 36 \text{ cm}$$

$$r_1 = 10 \text{ cm}$$

$$V_w = \pi \cdot 10^2 \cdot 36 = 3600\pi \text{ [cm}^3\text{]}$$

Ponieważ wiaderko ma objętość 6 razy większą od objętości 6 foremek piasku, zatem można stwierdzić, że dziecko napełniło 1/6 część wiaderka ($600\pi/3600\pi = 1/6$).

Odpowiedź: Dziecko wypełniło 1/6 część wiaderka.

ZADANIE Z EGZAMINU W 2004 R.

Podczas spaceru brat Zosi jedzie czterokołowym rowerkiem. Obwód dużego koła wynosi 80 cm, a małego 40 cm. O ile obrotów więcej wykona małe koło rowerka niż duże na półkilometrowym odcinku drogi?

A. 2500

B. 1250

C. 625

D. 400

Rozwiązanie:

Najpierw dokonujemy ujednoczenia jednostek długości: $0,5 \text{ km} = 500 \text{ m} = 50\,000 \text{ cm}$

I sposób: Obliczamy ilość obrotów wykonanych przez koła na półkilometrowym odcinku drogi:

- duże koło $50\,000 : 80 = 625$

- małe koło $50\,000 : 40 = 1250$

Na półkilometrowym odcinku drogi małe koło rowerka wykona o 625 obrotów więcej niż koło duże, bo $1250 - 625 = 625$

II sposób: Skoro małe koło ma obwód dwa razy mniejszy od obwodu dużego koła, to wykona dwa razy więcej obrotów niż duże koło. Zatem wykona o 625 obrotów więcej.

Odpowiedź: C

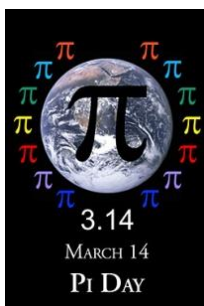
3			1	5	4			1		9	5	
	1			3					1	3	6	
			4			3		8		2		
5				1			9	2	5		1	
	9				5			5				
5	8	1				9			3		6	
	5			8			2			5	5	3
				5				6			1	
2				5	1	5			5		9	
	6				4		1			3		
1	5	1						5			5	
5	5			4			3	1	6		8	

Rozwiąż sudoku.
Uzupelnij kolorowe pola (12 kratek) rozwinięciem liczby π do 11 cyfry po przecinku. W pionie i poziomie mogą powtarzać się tylko liczby rozwinięcia.



(Liczbę pi utworzyło na rynku Manufaktury około 200 uczniów łódzkich szkół)

CIEKAWOSTKA



Dzień liczby π to nieoficjalne święto obchodzone corocznie, głównie w amerykańskich kręgach akademickich i szkolnych ostatnio również w Polsce. Datę święta wybrano na 14 marca z powodu skojarzenia z pierwszymi cyframi rozszerzenia dziesiętnego liczby pi. Pierwszy raz święto obchodzono w 1988 w muzeum nauki Exploratorium w San Francisco, z inicjatywy Larry'ego Shawa. Z okazji dnia liczby pi na amerykańskich stołach królują okrągłe dania i ciasta-głównie pizza i szarlotka.



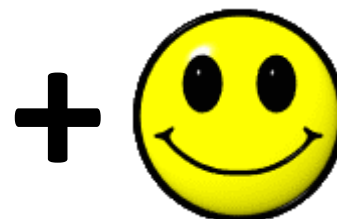
REBUS



~~O~~ = U



~~G~~



~~M~~

Stopka redakcyjna:

- Aleksandra Bielańska- IID
- Natalia Duda- IIA
- Anna Krzywda- IID
- Natalia Najda - IIA
- Justyna Watral- II D

